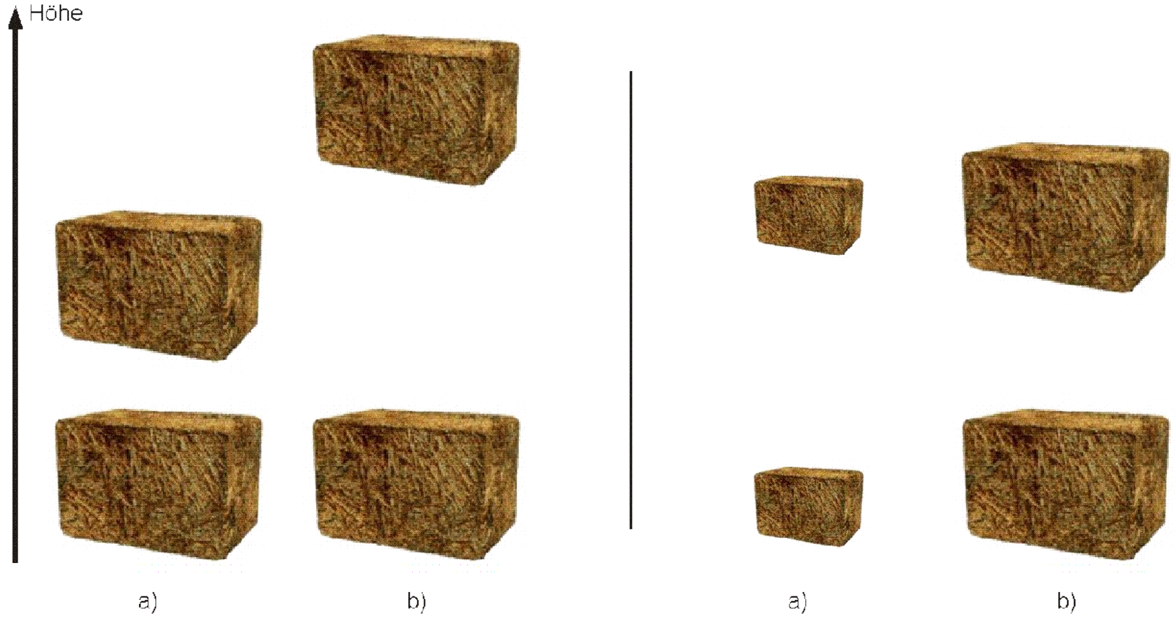
3 Arbeit, Leistung und Energie

In diesem Kapitel erfahren Sie, was denn eigentlich Arbeit genau ist, was man dazu braucht und warum ein Teekocher eine Leistung erbringt.

3.1 Physikalische Arbeit

Fangen wir gleich zu Beginn mit einer kleinen Aufgabe an:

In den folgenden Abbildungen werden Strohballen angehoben. Worin unterscheiden sich die Situationen a und b, worin sind sie identisch?



Gleich:______________________________ Gleich:___________________________

Anders:_____________________________ Anders:___________________________

3.2 Definition der Arbeit

Obige Tatsachen fasst man in der Physik zusammen, indem man eine neue Grösse **definiert**: die **Arbeit** (**abk. W**, von work). Arbeit ist definiert als das Produkt aus Kraft und Weg. Oder anders:

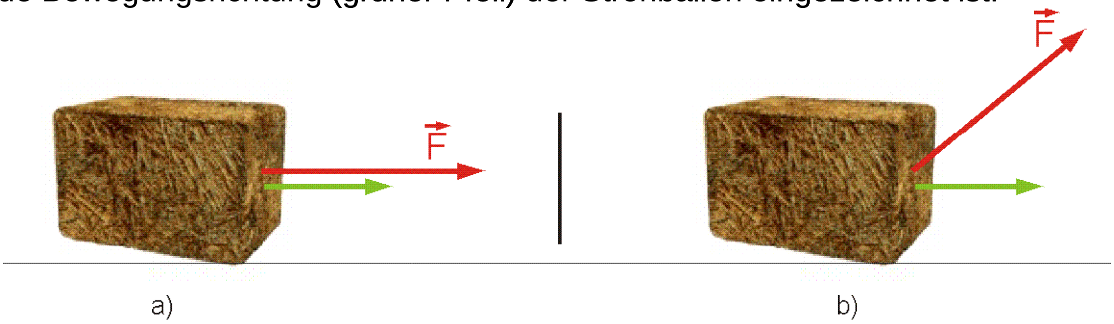
Die Arbeit, die eine Kraft an einem Körper verrichtet, ist definiert als das Produkt dieser Kraft und der Verschiebung dieser Kraft.

$$W = \vec{F} \cdot \overrightarrow{\Delta s}$$

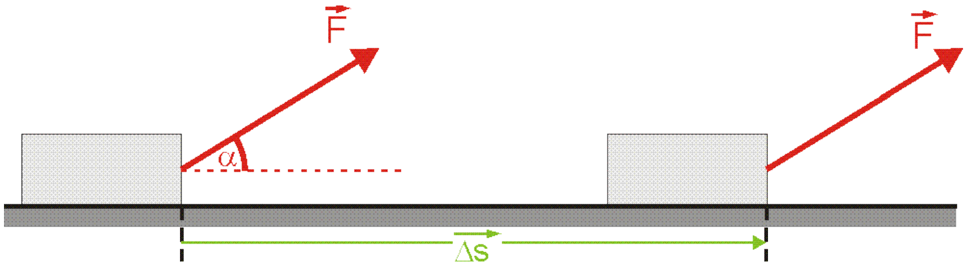
Die Einheit der Arbeit ist das **Joule**, das sich wie folgt aus den SI-Einheiten zusammensetzt:

$$[W]=[F]\cdot[s]=N\cdot m=\frac{kg\cdot m^2}{s^2}=J$$

Wie man oben sehen kann, ist die Arbeit eine skalare Grösse, d.h. nicht gerichtet. Es ist dabei wichtig festzuhalten, dass aber sowohl die Kraft wie auch die Strecke gerichtete Grössen sind – es spielt also eine Rolle, ob die Kraft, welche eine Arbeit verrichtet, auch in die gleiche Richtung wie die Strecke zeigt. Betrachten wir dazu mal folgende Abbildungen, in denen die einwirkende Kraft (rot) und die daraus resultierende Bewegungsrichtung (grüner Pfeil) der Strohballen eingezeichnet ist:



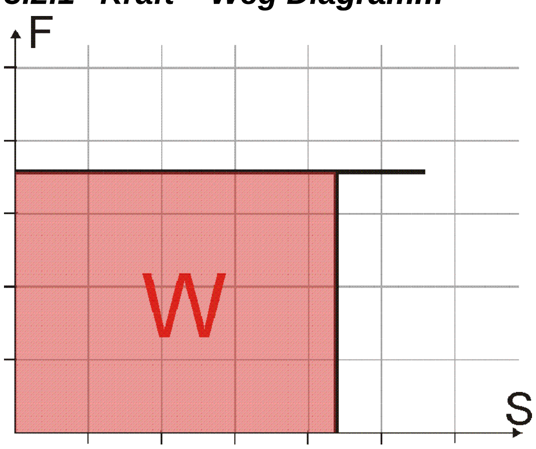
Niemand würde auf die Idee kommen, die Situationen als gleichwertig zu betrachten. Im Fall a) wird die gesamte Kraft dafür eingesetzt, den Körper über die Unterlage zu ziehen, während im Fall b) ein Teil der Kraft den Strohballen nach oben zieht (ohne ihn hochzuheben). Was ist aber zu tun, wenn angreifende Kraft und die Strecke nicht in die gleiche Richtung zeigen (parallel sind)? Nun, man zerlegt die Kraft F einfach in zwei Komponenten, wobei eine Komponente parallel zur zurückgelegten Strecke gerichtet sein muss:



Die Arbeit berechnet sich in diesem Fall einfach aus

$$W=\vec{F}\cdot\vec{\Delta s}=F\cdot\cos(\alpha)\cdot\Delta s=F_{||}\cdot\Delta s\,.$$

3.2.1 Kraft – Weg Diagramm



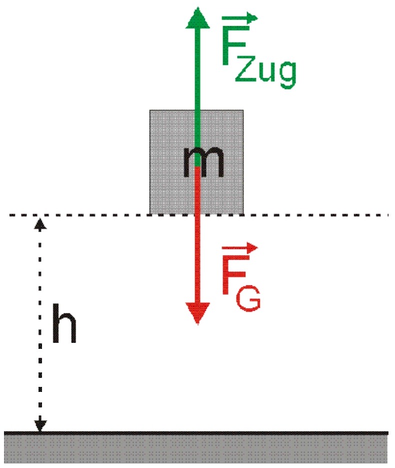
Aus einem Kraft – Weg Diagramm kann man bequem die verrichtete Arbeit ablesen: nämlich als Fläche unter der “Kraftlinie“:

$$W=F_{||}\cdot\Delta s=Fläche\,!$$

Dies gilt für jede beliebige Form der Kraft – Weg Kurve!

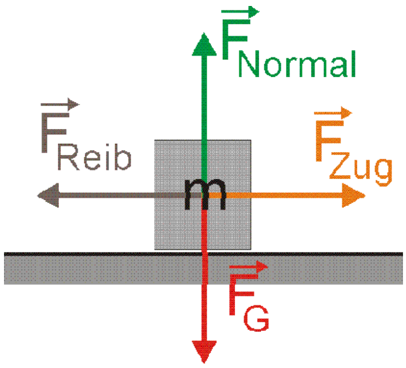
3.3 physikalische Arbeitsformen

3.3.1 Hubarbeit



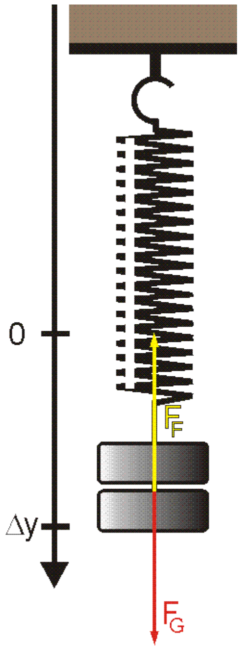
Ein Körper mit der Masse m wird mit *konstanter* Geschwindigkeit um die Höhe h angehoben. Dafür ist die Kraft F_{Zug} erforderlich, welche dem Betrage nach gleich gross ist, wie die Gewichtskraft F_G.

3.3.2 Reibarbeit

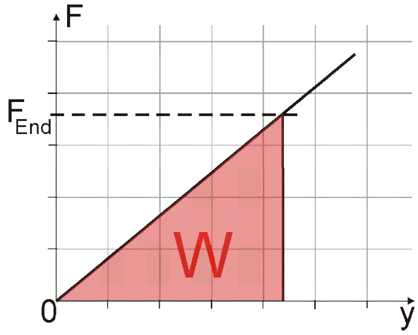


Ein Körper wird gleichförmig unbeschleunigt gegen die Reibungskraft mit konstanter Geschwindigkeit über die Strecke Δs über eine horizontale Ebene gezogen.

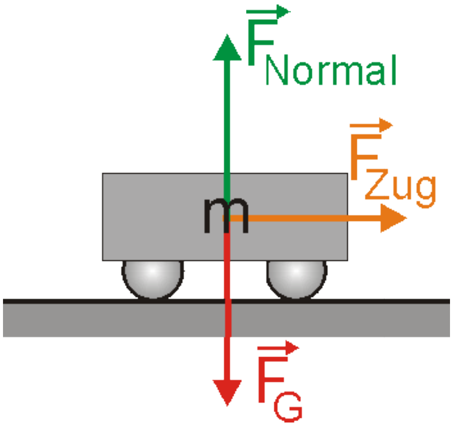
3.3.3 Deformationsarbeit



Eine Feder mit der Federkonstanten D – nicht vorgespannt - wird um die Strecke Δy gedehnt. Das Hooksche Gesetz soll gelten.



3.3.4 Beschleunigungsarbeit



Eine Masse m wird durch eine konstante Kraft F, die parallel zum Weg s wirkt, auf dem Weg Δs auf von einer Anfangsgeschwindigkeit v_0 auf die End-geschwindigkeit v_1 gebracht. Es handelt sich also um eine gleichmässig beschleunigte Bewegung. Es folgt $W = \vec{F} \cdot \vec{\Delta s}$, und da die Kraft parallel zu Δs ist: $W = F \cdot \Delta s$. Gemäss Newton 2 gilt für die Kraft $F = ma_s$ und für die Strecke gilt die Beziehung $\Delta s = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2a_s}$. Für die Beschleunigung folgt $a_s = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2 \cdot \Delta s}$. Damit ergibt sich für die Arbeit, welche nötig ist, um ein Objekt der Masse m von einer Geschwindigkeit v_0 auf eine Geschwindigkeit v_1 zu beschleunigen:

$$W = F \cdot \Delta s = m \cdot a_s \cdot \Delta s = m \cdot a_s \cdot \frac{v_1^2 - v_0^2}{2 \cdot a_s} = \underline{\underline{\frac{1}{2} m \left(v_1^2 - v_0^2\right)}}$$

Aufgabe Bei welchem Vorgang wird welche Art von Arbeit verrichtet?

Arbeitsform	**Hubarbeit**	**Reibarbeit**	**Deformationsarbeit**	**Beschleunigungsarbeit**	**keine Arbeit**
Ein Körper wird mit einer konstanten Geschwindigkeit gehoben					
Ein Körper bewegt sich reibungsfrei mit konstanter Geschwindigkeit auf horizontaler Unterlage					
Ein Körper bewegt sich reibungsfrei immer schneller werdend auf horizontaler Unterlage					
Eine elastische Schraubenfeder wird gespannt					
Eine elastische Schraubenfeder wird gespannt gehalten					
Ein Schmied bearbeitet das Hufeisen mit einem Hammer					

Quelle: www.leifiphysik.de

4 Energie

Bei jeder der obigen Formen der Arbeit wird **an einem Objekt Arbeit verrichtet**. Greifen wir die Beschleunigungsarbeit einmal heraus: eine Kraft wird aufgewendet, um ein Objekt längs eines Weges zu beschleunigen. Dabei ändert sich die Geschwindigkeit des Objektes – es wird schneller. Fällt nach einer gewissen Zeit die Kraft weg, wird das Objekt auch nicht mehr beschleunigt – es verbleibt nach Newton 1 in einer gleichförmigen geradlinigen Bewegung, falls es sich reibungsfrei bewegen kann. Die an dem Objekt verrichtete Arbeit ist also in der Bewegung des Objektes (Geschwindigkeit) gespeichert. **Der gespeicherten Form der Arbeit sagt man Energie**. Deshalb hat auch die Energie die Einheit J! Energie befähigt also dazu, Arbeit zu verrichten.

4.1 Potentielle Energie

Kommen wir auf das Beispiel der Hubarbeit zurück. Nehmen wir an, tragen einen 10 kg schweren Stein auf eine Höhe von 15 m. Dabei verrichten **wir** die Arbeit

$$W = mgh = 10 \text{ kg} * 10 \text{ m/s}^2 * 15 \text{ m} = 1500 \text{ Nm} = 1500 \text{ J}$$

Diese Arbeit ist nun im Stein gespeichert. Der Stein besitzt nun Energie der Lage. Lageenergie deswegen, weil sich der Stein nicht bewegt, er es aber könnte (er könnte runterfallen). Man sagt anstelle von Lageenergie in der Physik **potentielle Energie**:

$$E_{pot} = mgh$$

Diese potentielle Energie kann der Stein dazu nutzen, **seinerseits** Arbeit zu verrichten.

4.2 Kinetische Energie

Um ein Objekt auf von null auf einer horizontalen Ebene auf eine Geschwindigkeit v zu beschleunigen, muss an diesem Objekt die Arbeit $\frac{1}{2}mv^2$ verrichtet werden. Diese am Objekt verrichtete Arbeit ist in seiner Bewegung (Geschwindigkeit) gespeichert. Dieser Bewegungsenergie sagt man in der Physik **kinetische Energie E_{kin}** (des Massenpunktes). Die kinetische Energie ist eine skalare Grösse, die von der Masse und der Geschwindigkeit des Massenpunktes abhängt:

$$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2$$

4.3 Deformationsenergie

Wenn eine Feder gestaucht oder gedehnt, also verformt wird, dann muss dafür an der Feder Arbeit verrichtet werden. Diese Deformationsarbeit ist nun aber in der Feder gespeichert – sie kann aufgrund ihrer Spannung selbst Arbeit verrichten (z.B. bei Hüpffröschen oder Aufziehautos). Die Deformationsenergie, welche in einer Feder gespeichert ist, berechnet sich zu

$$E_{Def} = \frac{1}{2} D \Delta y^2 \,,$$

Wie man feststellt, sind die Formeln zur Berechnung der Energien äquivalent zu denjenigen der entsprechenden Arbeit – muss ja so sein!

Energieumwandlung und Energieübertragung

Energie kann von einer in die andere Form umgewandelt werden. Als Beispiel betrachten wir hier ein Jo – Jo. Beim Jo – Jo wird laufend potentielle Energie in kinetische Energie (und umgekehrt) umgewandelt.

Energie kann aber auch von einem Körper auf einen anderen übertragen werden.

4.4 Energiesatz im abgeschlossenen System

Definition des abgeschlossenen Systems:

System, auf welches von aussen her nicht eingewirkt werden kann. Ein abgeschlossenes System tauscht mit seiner Umgebung weder Energie noch Materie aus.

4.4.1 Reibungslose Systeme

Beginnen wir der Einfachheit halber mit der Behandlung von abgeschlossenen Systemen, in denen **keine** Reibung vorkommt. Man sagt solchen Systemen „**konservative Systeme**“. Es bleibt anzumerken, dass es solche Systeme in der Natur nicht gibt. Ist aber die Reibung sehr klein im Vergleich zu den anderen Grössen, so kann man sie unter Umständen vernachlässigen, was die Rechnung sicher einfacher macht.

Es seien A, B und C verschiedene Orte, an dem ein sich bewegender Körper beobachtet wird. Es gilt dann

$$^{A}E_{kin} + {}^{A}E_{pot} = {}^{B}E_{kin} + {}^{B}E_{pot} = {}^{C}E_{kin} + {}^{C}E_{pot}$$

Diese Tatsache ist auch als Energieerhaltungssatz bekannt!

In konservativen Systemen bleibt die Summe aus potentieller und kinetischer Energie konstant.

4.4.2 Systeme mit Reibung

In realen Systemen haben wir es immer mit Reibungseffekten zu tun. Systemen, in welchen Reibung vorkommt, sagt man „**dissipative Systeme**“.

Als Beispiel betrachten wir an dieser Stelle wieder das Jo-Jo. Die auftretenden Reibungskräfte bewirken ein aufwärmen des JoJo’s. Wärmt man einen Stoff auf, so beginnen seine Atome und Moleküle sich heftiger zu bewegen. Die Reibungswärme bewirkt also eine Zunahme der Teilchenbewegung (kinetische Energie) auf molekularer Ebene. Dieser Energieform, welche ein Mass für die Temperatur eines Stoffes ist, sagt man **innere Energie U**.

Wir fassen unsere Ergebnisse der Untersuchung an konservativen und dissipativen Systemen zusammen und folgern:

In einem abgeschlossenen System bleibt die Gesamtenergie konstant!
oder: $E_{pot} + E_{kin} + U = E_{total} = konst.$

Eine wichtige Schlussfolgerung daraus ist:

Energie kann weder erzeugt noch vernichtet werden. Sie kann lediglich von einer Form in eine andere umgewandelt bzw. von einem Körper auf einen anderen übertragen werden.

Ebenfalls kann man nun die Aussage verstehen, dass es keine Maschine geben kann, welche mehr Energie oder Arbeit abgibt, als ihr zugeführt wird. **Es gibt kein Perpetuum Mobile 1. Art**.

4.4.3 Geschlossene Systeme

Geschlossene Systeme können Energie mit ihrer Umgebung austauschen. Der totale Energieinhalt eines geschlossenen Systems ist daher **nicht** konstant!

4.4.4 Offene Systeme

Offene Systeme können sowohl Energie wie auch Materie mit ihrer Umgebung austauschen. Auch hier gilt natürlich, dass E_{total} **nicht** konstant ist!

4.4.5 Anwendungen des Energieerhaltungssatzes

Der Energieerhaltungssatz bietet uns die Möglichkeit, physikalische Probleme auf sehr elegante Art und Weise zu lösen.

Beispiel Wir werfen ein Objekt mit einer Geschwindigkeit v_0 vertikal nach oben. Wie hoch wird das Objekt steigen? Der Luftwiderstand kann vernachlässigt werden.

Lösung: Es handelt sich um ein konservatives System. Dadurch gilt der Energieerhaltungssatz wie folgt:

$$E_{pot}^{A} + E_{kin}^{A} = E_{pot}^{B} + E_{kin}^{B} \, ,$$

wenn wir den Abwurfpunkt mit A und den höchsten erreichbaren Punkt mit B bezeichnen. Obige Formel wird zu

$$mgh_B + \frac{mv_A^2}{2} = mgh_B + \frac{mv_B^2}{2}.$$

Die Höhe h_A zu Beginn des Wurfes ist null, wobei aber v_A von Null verschieden ist. Am höchsten Punkt des Wurfes hingegen ist die Geschwindigkeit null, die Höhe h_B aber von Null verschieden. So folgt dann

$$0 + \frac{mv_A^2}{2} = mgh_B + 0.$$

Auflösen nach der Höhe h_B ergibt $h_B = \frac{v_A^2}{2g}$, die bekannte Formel aus der Betrachtung des freien Falls.

Beispiel Ein Gummiball wird aus einer Höhe h mit einer Anfangsgeschwindigkeit v_0 vertikal nach unten geworfen. Beim Aufprall auf den Boden verliert er 30 % seiner kinetischen Energie. Wie hoch springt er zurück? Wie oft hüpft der Ball theoretisch?

Lösung: In diesem Fall handelt es sich um ein dissipatives System. Der Ball fällt vom Punkt A, trifft auf der Erde auf (Punkt B), wo er Energie verliert (Punkt C) und hüpft zum Punkt D auf der Höhe h_D zurück. Der Energieerhaltungssatz ist schnell formuliert

$$E_{pot}^A + E_{kin}^A = E_{pot}^B + E_{kin}^B = E_{pot}^C + E_{kin}^C + U = E_{pot}^D + E_{kin}^D + U.$$

Wir setzen die potentielle Energie am tiefsten Punkt gleich null. Weiter wissen wir, dass sich der Gummiball am höchsten Punkt der Flugbahn nicht bewegt – also nur potentielle Energie besitzt. Setzen wir dieses Wissen ein, erhalten wir

$$E_{pot}^A = E_{kin}^B = E_{kin}^C + U = E_{pot}^D + U.$$

U bezeichnet einfach die Energiemenge, welche durch Reibung zu Bewegungsenergie der kleinsten Teilchen der Unterlage geworden ist. Wir wissen, dass dieses U 30% der ursprünglich vorhandenen Energie ausmacht. Also folgt mit $U = 0.3 \cdot E_{kin}^B = 0.3 \cdot E_{pot}^A = 0.3 \cdot m \cdot g \cdot h_A$ und der Verknüpfung von Punkt A und D

$$E_{pot}^A = E_{pot}^D + U$$
$$E_{pot}^A = E_{pot}^D + 0.3 \cdot m \cdot g \cdot h_A$$
$$0.7 \cdot m \cdot g \cdot h_A = m \cdot g \cdot h_D.$$

Dies lösen wir leicht nach h_C auf und bekommen

$$h_D = 0.7 \cdot h_A.$$

Nun bleibt noch die Frage nach dem "Wie oft hüpft der Ball". Antwort: unendlich oft! Überlegen!!!

---

5 Leistung

Betrachten wir zwei Bergsteiger. Beide seien 90 kg schwer. Beide wandern unabhängig voneinander auf einen Berg. Dazu müssen 2000 Höhenmeter überwunden werden. Der eine schafft die Wanderung in sieben Stunden, der andere in knapp acht Stunden. Betrachten wir nun zunächst einmal die Arbeit, welche beide Bergsteiger verrichten müssen. Sie „heben" ihr Gewicht auf den gleichen Berg, sie verrichten also beide die Hubarbeit:

$$W_{Hub} = mgh = 90 \text{ kg} * 10 \text{ m/s}^2 * 2000 \text{ m} = 1.8 \text{ MJ}$$

Trotzdem würden wir nicht sagen, dass die erbrachten Arbeiten gleichberechtigt seien, da der eine diese Arbeit ja eine Stunde schneller erbracht hat als der andere. Wir müssen also noch berücksichtigen, in welcher Zeit die Arbeit verrichtet wird. Die physikalische Grösse **Leistung P** (von Power) trägt diesem Umstand Rechnung. Die Leistung ist definiert als der Quotient aus der verrichteten Arbeit und der dazu benötigten Zeit.

$$P = \frac{W}{\Delta t}$$

Die Einheit der Leistung ist $[P] = \frac{[W]}{[t]} = \frac{J}{s} = \frac{Nm}{s} = \frac{kgm^2}{s^3} = \frac{Ws}{s} = W$. W steht für Watt.

Wird eine Leistung von einem Watt erbracht, so wird während einer Sekunde die Arbeit 1 Joule umgesetzt.

Weiterhin kann man die Leistung durch ein wenig umformen auch schreiben zu

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{F \cdot \Delta s}{\Delta t} = F \cdot v \qquad \text{mit } v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Als Einschränkung gilt hier lediglich, dass der Kraft und der Geschwindigkeitsvektor parallel zueinander stehen müssen.

Glühbirne	25-100 W	Waschmaschine	
Mensch (Dauerleistung)	70 W	Mittelklasseauto	70 kW
Pferd (Dauerleistung)	700 W	gängige Windkraftwerke	700 kW
Heizkörper	1-3 kW	Grosskraftwerke	> 1 GW

Beispiele von Leistungen

5.1 Der Wirkungsgrad η

Als Wirkungsgrad versteht man das Verhältnis der von einem System abgegebenen, nutzbaren Leistung, Energie oder Arbeit, zu der ihm zugeführten Leistung, Energie oder Arbeit.

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{W_{out}}{W_{in}} = \frac{E_{out}}{E_{in}}$$

Nach dem Erhaltungssatz der Energie (vorheriger Abschnitt) kann obiger Bruch **nie** grösser als 1 werden. Der Wirkungsgrad η wird häufig in Prozent angegeben.

Glühbirne	5 %	Ottomotor	25 %
Kohlekraftwerk	25-45 %	Glühwürmchen	<95 %

Beispiele von Wirkungsgraden

In der Praxis kann man nie die gesamte Energie in mechanische Arbeit umwandeln, weil ein Teil immer als Reibung in Form von Wärme “verloren“ geht und somit nicht mehr nutzbar ist. Man spricht in diesem Fall von Energieentwertung.