A.1 Physikalische Grössen

Durch eine Messung erfasst man mit einer *physikalischen Grösse* quantitativ eine Eigenschaft eines Objekts, einen Zustand oder einen Vorgang. Der Wert einer (skalaren) physikalischen Grösse mit dem *Symbol G* besteht aus dem Produkt ihres Zahlenwerts *{G}* und ihrer Masseinheit *[G]* :

$$G = \{G\} \cdot [G] \qquad (1)$$

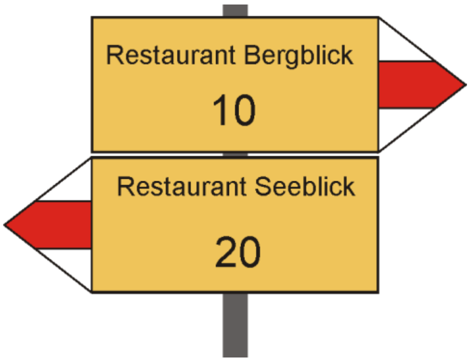
Die geschweiften Klammern {} bedeuten “Zahlenwert von G“ und die eckigen Klammern “Einheit von G“.

Welche physikalischen Grössen kennen sie? Schreiben sie mindestens 20 physikalische Grössen zusammen mit ihrem Symbol (auch Formelzeichen genannt) und ihrer Einheit auf:

Was sind Basisgrössen?

Welches sind die Basisgrössen, ihre Symbole und wie lauten ihre Basiseinheiten?

Wichtige Ergänzung: Stellen sie sich vor, sie sind schon seit Stunden auf einer Wandertour und wünscht euch dringend etwas zu Trinken. Ihr kommt beim nächsten Wegweiser an und dort steht:



In einem solchen Moment spielt es sicher eine entscheidende Rolle, ob 10m, 10km, 10min oder auch 10h gemeint sind!

Die Angabe einer naturwissenschaftlichen Grösse ohne deren Einheit ist unbrauchbar.

A.2 Die Änderung physikalischer Grössen

Physikalische Grössen ändern sich meistens mit der Zeit – ihr Zahlenwert wird kleiner oder grösser. Diese Änderungen werden immer als *Differenz von Endwert und Anfangswert* der physikalischen Grösse G geschrieben:

$$\Delta G = G_{Endwert} - G_{Anfangswert} \tag{2}$$

Für ΔG sprich "Änderung von G".

Der Änderung ΔG einer Grösse wird oft auch ein eigener Name zugeteilt, wie folgende Beispiele zeigen:

Änderung des Ortes / Position	$\Delta x = x_2 - x_1$	Strecke
Änderung der Zeit	$\Delta t = t_2 - t_1$	Zeitspanne

Nennen sie weitere Beispiele für sich ändernde Grössen und schreiben sie diese Änderungen wie oben gezeigt auf!

A.3 Die Änderungsrate physikalischer Grössen

Physikalische Grössen können sich mit der Zeit verändern. Die *mittlere Änderungsrate* ist eine Angabe dafür, wie gross im Mittel die Änderung ΔG innerhalb einer Zeitspanne Δt ist.

$$\text{mittlere Änderungsrate} = \frac{\text{Änderung der Grösse } G}{\text{Zeitspanne}} = \frac{\Delta G}{\Delta t} \tag{3}$$

Die mittlere Änderungsrate ist somit ein Mass dafür, mit welcher durchschnittlichen Geschwindigkeit sich eine Grösse verändert!

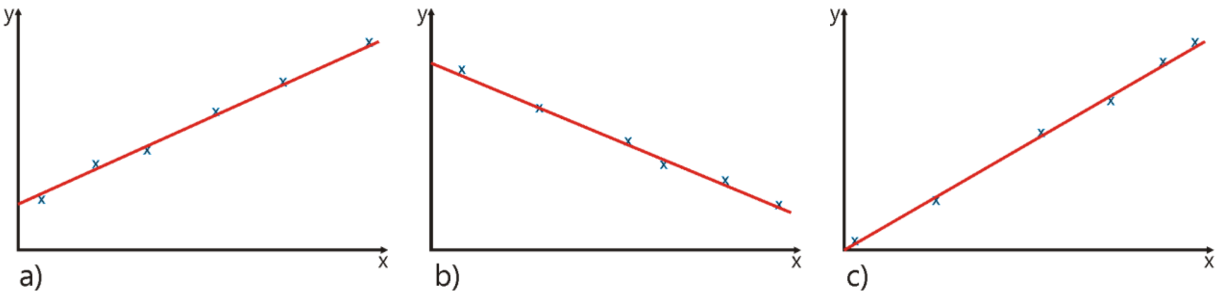
Machen sie zwei eigene Beispiele für die mittlere Änderungsrate einer (nicht) physikalischen Grösse!

A.4 Darstellung und Auswertung von Messdaten - Grundprinzipien

Wie wir sehen werden, werden Daten häufig grafisch dargestellt, um Muster und Abhängigkeiten zu erkennen.
Dazu werden die Datenpunkte in einem geeigneten Koordinatensystem eigetragen. Anschliessend wird versucht, eine beste Linie durch diese Datenpunkte zu finden[1]. Mathematisch sagt man dazu "Regression".

Beachten Sie dazu folgende Beispiele:

[1] So etwas wie der mittlere Kurs durch alle Punkte



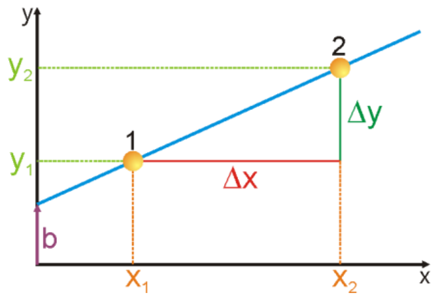
Bei obigen Diagrammen ist die beste Linie eine Gerade. Die grosse Mehrheit gesammelter physikalischer Daten lässt sich so darstellen, dass eine Gerade als beste Linie durch die Messpunkteschar gezogen werden darf. Andere Fälle betrachten wir im Moment nicht.

Welches der Diagramme zeigt einen *positiven linearen Zusammenhang*, welches einen *negativen linearen Zusammenhang* und welches einen *direkt proportionalen Zusammenhang*?

A.5 Die Geradengleichung

Zur mathematischen Beschreibung einer Geraden werden zwei Dinge benötigt: die *Steigung* der Geraden und der *y-Achsenabschnitt*.

Zur Geradengleichung: bearbeiten sie die Seiten 1 bis 6.



Zur Ermittlung der Steigung zeichnet man das *Steigungsdreieck* an die Gerade. Unabhängig von der Grösse des Steigungsdreiecks ist der Quotient $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ immer gleich gross. Den Quotienten $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ nennt man Steigung, und üblicherweise bekommt diese in der Mathematik (!) den Buchstaben m zugewiesen. Der Achsenabschnitt wird hier mit b bezeichnet. Damit lautet die Geradengleichung

$$y = m \cdot x + b \tag{4}$$

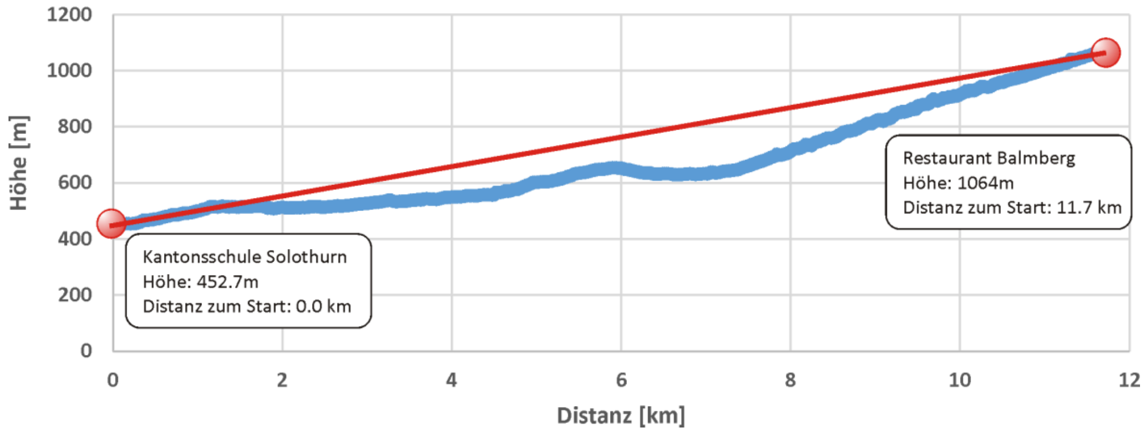
Gehen Sie zu Graphing Lines und erzeugen Sie unter "Slope" Geraden mit den Steigungen $m = \frac{2}{3}$, $m = \frac{1}{2}$, $m = \frac{3}{7}$, $m = -\frac{3}{4}$, $m = -\frac{7}{15}$, $m = 2$, $m = -3$. Stellen Sie sicher, dass Sie verstehen, wie der angezeigte Steigungswert zustandekommt!

Wechseln Sie nun zu "Slope-Intercept" und beantworten Sie folgende Fragen:

- Was ist eine Ursprungsgerade und wie gross ist bei dieser die Steigung und der Achsenabschnitt?
- Wie gross ist die Steigung und der Achsenabschnitt für Geraden parallel zur x-Achse?

A.6 Die mittlere und die momentane Steigung

Nun kann man das Wissen auf neue Gegebenheiten anwenden. Im folgenden Diagramm ist das Höhenprofil der Strecke von der Kantonsschule bis zum Restaurant auf dem Balmberg gezeigt, welche auch schon für Bergzeitfahren im Radsport genutzt wurde.

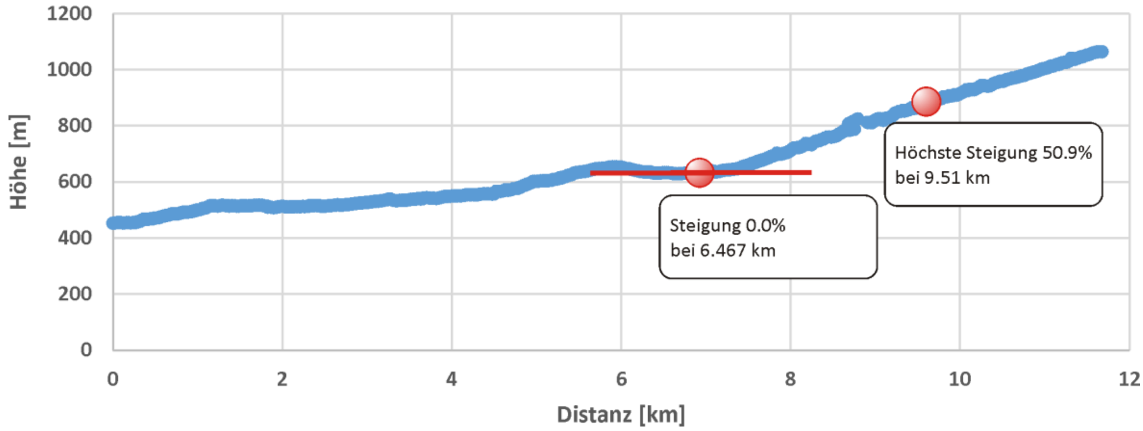


Möchte man wissen, wie gross die mittlere (durchschnittliche) Steigung $\bar{m}$ auf dieser Strecke ist, so legt man eine Gerade durch den Startpunkt und den Endpunkt und bestimmt deren Steigung. Im vorliegenden Fall beträgt die mittlere Steigung

$$\bar{m} = \frac{\Delta\text{Höhe}}{\Delta\text{Distanz}} = \frac{1064\text{m} - 452.7\text{m}}{11700\text{m} - 0\text{m}} = \frac{611.3\text{m}}{11700\text{m}} = 0.052\,,$$

also rund 5.2%.

Natürlich kann man auch fragen, wie gross die momentane Steigung m an einem Ort der Strecke ist. Wo ist die Strecke am steilsten? Wo ist die flachste Stelle, etc.?



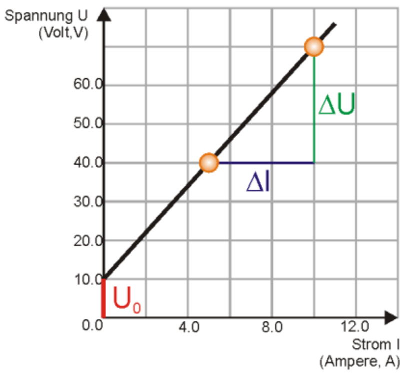
Dazu legt man graphisch die Tangente an die Kurve an besagtem Punkt und bestimmt deren Steigung.

Aufgabe: Erstellen Sie das Höhenprofil für ihren Schulweg mit Hilfe von http://geo.ebp.ch/gelaendeprofil/. *Wie gross ist dessen mittlere Steigung? Wo geht es am steilsten Bergauf? Wo ist die kleinste Steigung?*

Höhenprofile mit Google

A.7 Unterschiedliche Achsenbezeichnungen

In der Wissenschaft werden unzählige Daten aufgenommen und in Diagrammen dargestellt. Dabei bekommen die einzelnen Achsen die Bezeichnung der gemessenen Grössen UND deren Einheit.
Als Beispiel betrachten wir ein Experiment, bei dem die elektrische Spannung U und der Strom I gemessen wurden. Das dazugehörige Spannungs-Strom-Diagramm sieht wie folgt aus:



Die x-Achse trägt nun einfach die Bezeichnung „Strom" und die y-Achse die Bezeichnung „Spannung". Genau wie bisher lässt sich die Steigung der dargestellten Geraden ermitteln zu

$$\text{Steigung} = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{70.0\text{V} - 40.0\text{V}}{10.0\text{A} - 5.0\text{A}} = \frac{30.0\text{V}}{5\text{A}} = 6\frac{\text{V}}{\text{A}}.$$

Neu ist nur, dass die Steigung ebenfalls eine Einheit besitzt! Im vorliegenden Beispiel wird der Achsenabschnitt U_0 (Anfangsspannung) genannt und beträgt $U_0 = 10.0\text{V}$. Die Gerade im Diagramm wird also beschrieben durch die Gleichung

$$U = 6\frac{\text{V}}{\text{A}} \cdot I + U_0 \tag{5}$$

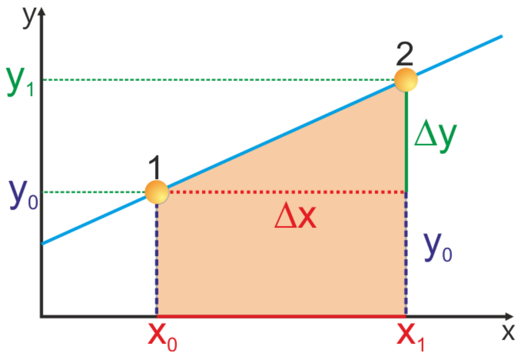
A.8 Physikalische Bedeutung von Steigungen in Diagrammen

Je nach dargestellten Daten stellt die Steigung eine eigene physikalische Grösse dar und besitzt unter Umständen auch einen eigenen Namen mit eigener Einheit.

Welche physikalische Grösse verbirgt sich hinter der Steigung in obigem Beispiel? Welches Symbol wird für diese physikalische Grösse verwendet? Welche Einheit wird dafür in der Physik auch noch gebraucht?

A.9 Die Fläche unterhalb einer Kurve in Diagrammen

Zum Einstieg betrachten wir wiederum eine Gerade in einem x-y-Diagramm:



Wie man diese mit Hilfe ihrer Steigung und ihres Achsenabschnitts beschreiben kann, war Inhalt der vorherigen Abschnitte. Nun soll es darum gehen, die zwischen zwei x-Werten und der Geraden enthaltene Fläche zu bestimmen. Die geometrische Form der hervorgehobenen Fläche entspricht einem Trapez.[2] Seine Fläche lässt sich gleich angeben zu

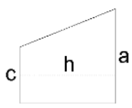
$$A_{Trapez} = \frac{y_0 + (y_0 + \Delta y)}{2} \cdot \Delta x = \frac{2y_0 + \Delta y}{2} \cdot \Delta x = y_0 \cdot \Delta x + \frac{1}{2} \cdot \Delta y \cdot \Delta x \tag{6}$$

Nun machen wir noch von der bekannten Definition der Steigung $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ Gebrauch, um Δy mit $\Delta y = m \cdot \Delta x$ zu ersetzen. Man bekommt

$$\underline{\underline{A_{Trapez}}} = y_0 \cdot \Delta x + \frac{1}{2} \cdot \Delta y \cdot \Delta x = y_0 \cdot \Delta x + \frac{1}{2} \cdot m \cdot \Delta x \cdot \Delta x = \underline{\underline{y_0 \cdot \Delta x + \frac{1}{2} \cdot m \cdot \Delta x^2}} \tag{7}$$

Damit wird die Fläche unterhalb einer Geraden im x-y-Diagramm berechnet.

[2] $A = \frac{a+c}{2} \cdot h$, wobei hier das Trapez eben liegt.

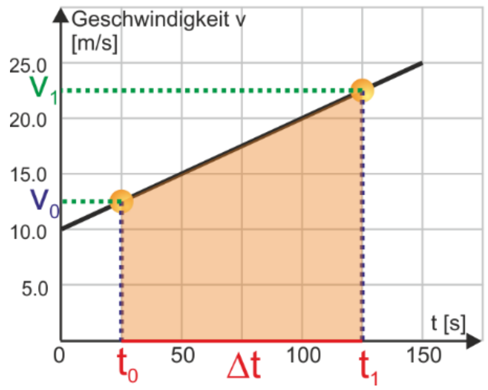


Die Steigung m kann natürlich auch gleich null sein. Die Gerade liegt dann parallel zur x-Achse und die eingeschlossene Fläche ist rechteckig.

Im nächsten Schritt werden wir diese allgemeine Formel wieder auf konkrete Beispiele anwenden, bei denen die Achsen eine physikalische Bedeutung haben.

A.10 Und wieder: unterschiedliche Achsenbezeichnungen

Nun betrachten wir ein Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm, kurz v-t-Diagramm.



Die x-Achse trägt nun einfach die Bezeichnung „Zeit" (mit dem Symbol „t") und die y-Achse die Bezeichnung „Geschwindigkeit" (mit dem Symbol „v"). Die Steigung im Geschwindigkeit-Zeit Diagramm wird bekanntlich „Beschleunigung a" genannt, die brauchen wir auch noch. Nun ersetzen wir einfach in der letzten Formel die allgemeinen Symbole durch die neuen Achsenbezeichnungen und erhalten für die Fläche:

$$\text{Fläche} = v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot \Delta t^2 \tag{8}$$

Was für eine physikalische Bedeutung hat diese Fläche nun? Dazu sehen wir uns mal ihre Einheit an:

$$[\text{Fläche}] = [v_0] \cdot [\Delta t] + \frac{1}{2} \cdot [a] \cdot [\Delta t]^2 = \frac{m}{s} \cdot s + \frac{1}{2} \cdot \frac{m}{s^2} \cdot s^2 = m \tag{9}$$

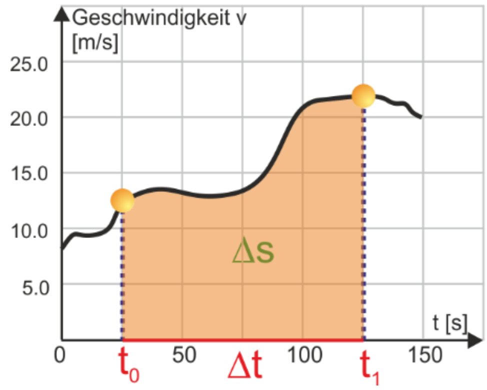
Die Fläche trägt die Einheit der Strecke – es handelt sich bei der Fläche unter der Geraden im Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm um die während der Zeitspanne Δt zurückgelegte Strecke Δs :[3]

$$\Delta s = v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot \Delta t^2 \tag{10}$$

[3] Achtung: Nicht immer lässt sich von der Einheit auf eine physikalische Grösse schliessen!

Falls es sich bei der Kurve im Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm nicht um eine Gerade handelt, ändert sich an physikalischen Gehalt der Aussage nichts:

Die von der Kurve im Geschwindigkeit–Zeit Diagramm im Zeitintervall Δt eingeschlossene Fläche entspricht der in diesem Zeitintervall zurückgelegten Strecke Δs!



Dieser Satz gilt für jede Kurvenform!

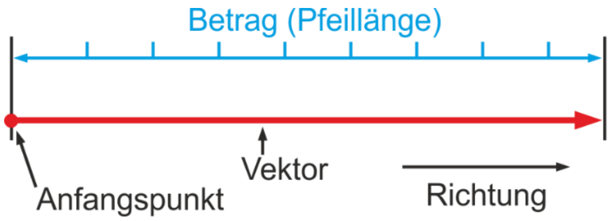
Allerdings lässt sich dann die Fläche nicht mehr so einfach berechnen. Aber auch dieses Problem werden wir lösen.

A.11 Vektorielle Grössen

In der Physik unterscheidet man zwischen richtungsunabhängigen (skalaren) Grössen und richtungsabhängigen (vektoriellen) Grössen. Bei ihnen ist die messbare physikalische Eigenschaft sowohl durch einen Betrag als auch durch eine Richtung festgelegt. Beispiele für vektorielle Grössen sind Strecke, Geschwindigkeit, Kraft, etc.

Um in geschriebenen Arbeiten darauf hinzuweisen, dass es sich um vektorielle Grössen handelt, werden diese mit einem Pfeil über dem physikalischen Symbol gekennzeichnet, z.B. Strecke $\Delta\vec{s}$, Geschwindigkeit $\vec{v}$, Kraft $\vec{F}$, etc.

In Abbildungen werden vektorielle Grössen mit Hilfe von Pfeilen (Vektoren) dargestellt.



Je nach dargestellter Grösse spricht man dann von z.B. vom "Geschwindigkeitsvektor" oder vom "Kraftvektor".

Fertigt man eine massstäbliche Skizze zu einem Problem an, so kann nebst dem Betrag auch die Richtung der resultierenden vektoriellen Grösse ermittelt werden. Dieses Verfahren wird auch Superpositionsprinzip vektorieller Grössen genannt. Dabei kann der resultierende Vektor entweder geometrisch oder rechnerisch Ermittelt werden. Die Vektoren beginnen jeweils an dem Objekt (Massenmittelpunkt), wo sie ihre Wirkung entfalten.

A.11.1 Der resultierende Vektor

Der resultierende Vektor ist nichts anderes, als die Summe aller Vektoren, welche an einem Objekt beginnen (oder enden).

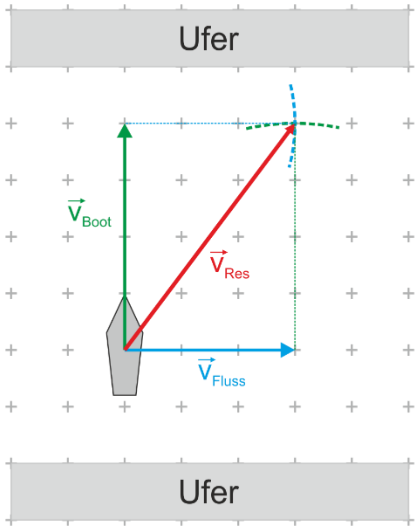
Beispiel: Ein Boot soll einen $\Delta x = 200m$ breiten Fluss überqueren. Die Fliessgeschwindigkeit des Flusses beträgt $v_{Fluss} = 3\frac{m}{s}$[4]. Das Boot ist mit einer Geschwindigkeit von $v_{Boot} = 4\frac{m}{s}$ unterwegs.

[4] Mit dieser Angabe ist eigentlich der Betrag des Geschwindigkeitsvektors $|\vec{v}_{Fluss}| = v_{Fluss} = 3\frac{m}{s}$ gemeint.

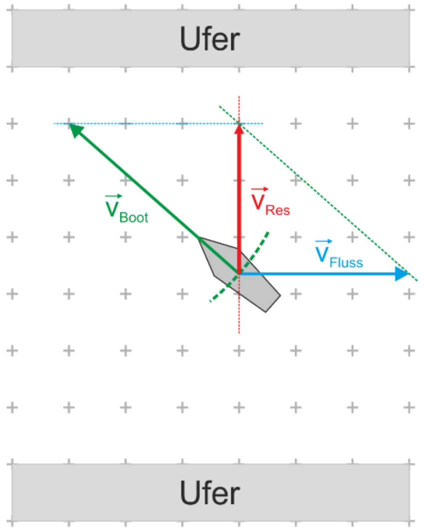
a) Das Boot bewegt sich senkrecht auf das gegenüber liegende Ufer zu. Mit welcher Geschwindigkeit nähert es sich diesem? Wie lange dauert die Überfahrt?
b) Das Boot fährt so gegen die Strömung, dass es auf kürzestem Weg zum gegenüberliegenden Ufer gelangt. Mit welcher Geschwindigkeit nähert es sich diesem? Wie lange dauert die Überfahrt?

Lösung:

a) Wir erstellen eine massstäbliche Skizze des Problems. Dabei soll gelten, dass eine Geschwindigkeit von $1\frac{m}{s}$ einer Strecke von $1cm$ entsprechen soll. Der Vektor der Flussgeschwindigkeit wird also $3cm$ lang sein. Alle Vektoren beginnen im Massenmittelpunkt des Bootes:



b) Wiederum wird eine massstäbliche Skizze erstellt ($1\frac{m}{s} \mathrel{\hat{=}} 1cm$)



B.1 Die Kinematik des Massenpunktes

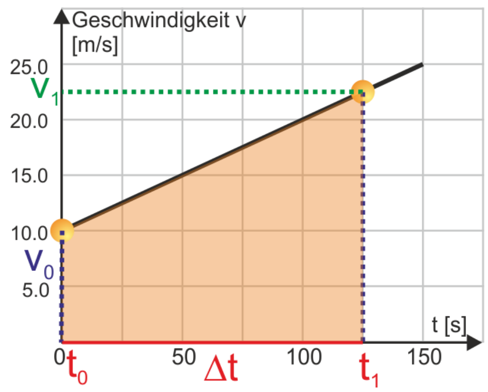
Für das Verständnis der physikalischen Welt ist eine genaue Beschreibung von Bewegungen enorm wichtig. Bei Bewegungen kann man nach dem „warum" und „wie" fragen, also nach Ursache und Wirkung. Wir werden uns bei den ersten Anwendungen nur mit dem „wie" beschäftigen und die Ursache einer Bewegung ignorieren.

Betrachtet man eine Bewegung ohne die Ursache mit einzubeziehen, so spricht man von Kinematik.

Es ist zur Vereinfachung zweckmässig, die Bewegung eines Objekts als Punktbewegung anzusehen. So wird z.B. ein fahrendes ein Auto ganz einfach als bewegter ***Massepunkt*** beschrieben. Wir denken uns also die ganze Masse des Objekts in einem Punkt konzentriert, seinem ***Schwerpunkt***. Dann müssen wir uns nicht mehr darum kümmern, was das bewegte Objekt sonst noch tun kann (z.B. rotieren).

B.2 Analyse von Bewegungsdiagrammen

Kommen wir noch einmal zurück zum Abschnitt 0.10. Dort haben wir gesehen, dass die Fläche unterhalb der Kurve im Geschwindigkeit-Zeit-Diagramms der zurückgelegten Strecke entspricht. An dieser Stelle wollen wir dasselbe Diagramm uns noch einmal ansehen, diesmal aber die Fläche vom Zeitpunkt null aus berechnen:



Gemäss Formel 10 aus dem Abschnitt 0.10 berechnet sich die Fläche – und damit die zurückgelegte Strecke – innerhalb des Zeitabschnitts nach

$$\Delta s = v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot \Delta t^2 \qquad (11)$$

Schreibt man alle Differenzen gemäss ihrer Definition von Abschnitt 0.2 aus, so erhält man

$$(s_1 - s_0) = v_0 \cdot (t_1 - t_0) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t_1 - t_0)^2 \tag{12}$$

In obiger Abbildung ist $t_0 = 0$ und aus (12) folgt somit

$$s_1 - s_0 = v_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^{\,2} \tag{13}$$

Die letzte Gleichung (13) wird noch nach dem Ort s_1 umgestellt:

$$s_1 = s_0 + v_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^{\,2} \tag{14}$$

Da (14) nur noch einen Zeitpunkt enthält, kann man auf den Index 1 verzichten:

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \tag{15}$$

Wenn bekannt ist, an welchem Anfangsort s_0 sich das Objekt zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ aufhielt, ist der Ort s also für jeden Zeitpunkt bestimmbar. Deswegen wird (15) auch das ***Ort–Zeit Gesetz*** für die gleichmässig beschleunigte[5] Bewegung genannt.

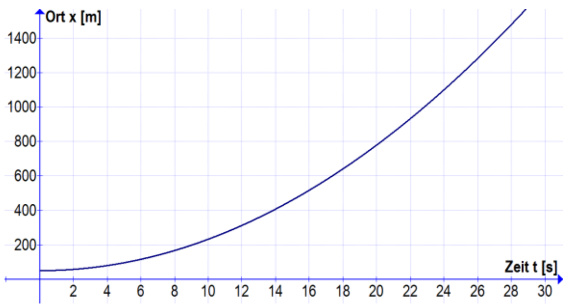
Zusammen mit dem schon bekannten ***Geschwindigkeit-Zeit-Gesetz***

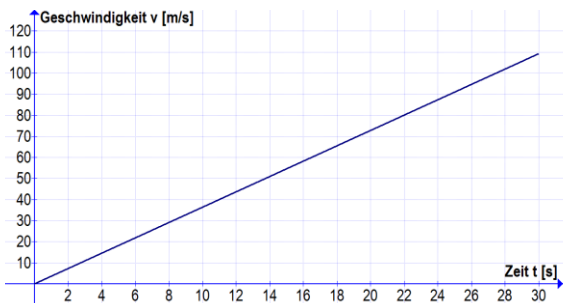
$$v = v_0 + a \cdot t \tag{16}$$

haben wir nun alle Gleichungen der Kinematik beisammen. Die folgenden Beispiele sollen zeigen, wie man damit physikalische Problemstellungen lösen kann.

Beispiel Airbus A380

Das folgende Ort-Zeit- und das Geschwindigkeit-Diagramm zeigt den Startvorgang eines Airbus A380 mit einer Masse von rund 341 Tonnen (275 Tonnen Leergewicht und 66.4 Tonnen übliche Nutzlast).





[5] Bewegungen, bei denen die Beschleunigung a konstant und grösser als null ist.

Die Gerade im Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm lässt sich dabei beschreiben durch die Gleichung $v = 0\frac{m}{s} + 3.64\frac{m}{s^2} \cdot t$ und für die Kurve im Ort-Zeit-Gesetz gilt $x = 50m + 0\frac{m}{s} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 3.64\frac{m}{s^2} \cdot t^2$. Der Supervogel hebt bei einer Geschwindigkeit von $378\frac{km}{h}$ ab.

Airbus A380 bei einer Flugzeugschau im Juni 2006. Quelle: Wikipedia

a) Welche Beschleunigung entwickeln die vier Rolls-Royce-Trent-900 Triebwerke während des Startvorgangs?

b) Wie lange dauert der Startvorgang?

c) Wie lange muss die Startbahn mindestens sein?

d) Wo kann man die Startbahnlänge in den beiden Diagrammen herauslesen?

e) An welchem Ort befindet sich der Airbus beim Startbeginn und wie schnell ist er dort, gemäss den Angaben?